ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОПИСАНИЮ И АНАЛИЗУ ФОРМЫ И СТРУКТУРЫ СИГНАЛА

А.В. Макаренко

Северо-Кавказский горно-металлургический институт
(государственный технологический университет)
362017, Владикавказ, Россия
E-mail: avm.science@mail.ru

В *работе предложен новый подход к описанию и анализу структурных и формообразующих свойств сигналов. Суть подхода заключается в разложении исходного процесса на компоненты характеризующие структуру его искривленности и расчёта по ним различных конфигурационных и энергетических параметров. Проведён сравнительный анализ гармонического сигнала и моноцикла Гаусса. Показано фундаментальное различие структур их динамики.*

1.Введение. Сверхширокополосные сигналы и сверхкороткие импульсы в настоящее время находят всё более широкое применение в различных областях науки и техники, в их числе: радиолокация [1], гидроакустика [2], геофизика [3], связь [4].

Однако, несмотря на значительный технический и технологический прогресс в этой области [5], удовлетворительная и систематизированная теория преобразования сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов, до сих пор не создана. Одной из проблем создаваемой теории, является задача математического описания и анализа законов эволюции формы сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов при их излучении, приёме, обработке, распространении и взаимодействии со средой и объектами. Важность решения этой задачи определяется тем, что именно форма сигнала устанавливает связь между его амплитудой и мощностью, влияет на спектральный коэффициент полезного действия передающих и приёмных устройств, определяет особенности взаимодействия сигнала со средой и объектами [6].

В принципе, существует глубоко проработанный метод математического описания и анализа формы и структуры сигналов – это частотно-временной анализ, существующий в настоящее время в двух разновидностях: тригонометрическое преобразование Фурье [7, 8] и вейвлет преобразование [9, 10]. Помимо этого, в последнее время активно развиваются методы теории атомарных функций [11]. Фактически, частотно-временной анализ выдаёт две характеристики: амплитуду и фазу соответствующей гармоники – в случае преобразования Фурье [7] и интенсивность и фазу соответствующего временного масштаба в каждый момент времени – в случае вейвлет преобразования [9]. Зачастую этих характеристик бывает недостаточно для формирования выводов о глубинных структурных – формообразующих свойствах сигналов [12, 13]. Поэтому представляется вполне логичным дальнейший поиск и разработка методов, информационно дополняющих вышеописанные.

В настоящей работе предложен новый подход к описанию и анализу формообразующих свойств сигналов, основанный на разложении исходного процесса на компоненты характеризующие структуру его искривленности и расчёта по ним различных конфигурационных и энергетических параметров.

2.Постановка задачи. Введем в рассмотрение одномерный гладкий динамический сигнал описываемый посредством функции $x(t)$. Будем полагать, что $x \in X$ и $t \in T$, а $X \in R^1$ и $T \in R^1$. Причем функция $x(t)$ – гладкая, принадлежит классу C^∞, и является непрерывной на промежутке $t \in (-\infty, +\infty)$.

Рассмотрим расширенное метрическое пространство состояний Ω сигнала $x(t)$, образованное прямым произведением $\Omega = X \times T$, $\Omega \in R^2$. Введём в пространстве Ω евклидову метрику, задав норму $dl^2 = dx^2 + dt^2$. Следовательно, это пространство будет представлять из себя евклидову плоскость P с декартовыми координатами (x,t) и ортонормированными базисными ортами e_1, $e2$, где любая точка M изображается радиус-вектором $r = xe_1 + te_2$, направленным из начала координат 0 в точку M с координатами (x,t).

По настоящему фундаментально различных типов движения изображающей точки M траектории сигнала $x(t)$ возможно выделить три: покой, равномерное движение, движение с ускорением (в общем случае переменным). Первые два типа перемещения точки M в пространстве Ω порождают прямую, третий – кривую. Причём в случае покоя, траектория эволюции параллельна оси времени.

С учётом этого факта необходимо построить анализатор формы сигнала $x(t)$ в пространстве Ω по геометрическим свойствам реализации его траектории.

3.Вывод базовых функций описывающих форму сигнала. Из дифференциальной геометрии известно [14], что у прямой касательная сохраняет одно и тоже направление для всех точек, и совпадает с ней самой. Кривая этим свойством не обладает, чем фундаментально отличается от прямой. Следовательно, вполне возможно применить эти положения дифференциальной геометрии для идентификации типов движения изображающей точки M траектории сигнала $x(t)$, и анализа его свойств, взяв в качестве индикатора угол наклона касательной к кривой $x(t)$ в точке t, относительно оси времени, так называемую угловую функцию $\alpha(t) = arctg[\dot{x}(t)]$, где точка сверху обозначает дифференцирование по переменной t. В свою очередь, непостоянство $\alpha(t)$ во времени, а следовательно и искривлённость $x(t)$ возможно анализировать по поведению касательной уже к $\alpha(t)$, через соответствующую угловую функцию $\varphi(t) = arctg[\dot{\alpha}(t)]$.

Подобные рассуждения на основе математической индукции возможно последовательно повторить, что в конечном итоге приведет к совокупности угловых функций, характеризующих структуру искривлённости сигнала $x(t)$. Эту совокупность возможно представить как результат действия на сигнал $x(t)$ углового оператора G_k^a:

$$\alpha(t) = G_1^a x(t),\ \varphi_0(t) = G_2^a x(t),\ \varphi_i(t) = G_{i+2}^a x(t). \tag{1}$$

Оператор G_k^a порядка k имеет следующий вид (умножение производится слева):

$$G_k^a = \prod_{i=1}^{k} arctg\left[(c_s)_i \frac{d}{dt}\right], \tag{2}$$

где $k = 1,2,...,N_G$, $N_G \to +\infty$, c_s – масштабный коэффициент, служит для управления чувствительностью анализатора к масштабам вариации сигнала, в общем случае для каждой компоненты он имеет независимое уникальное значение, определяемое целью анализа.

Отметим, что значения выражений (1) определяются главными углами арктангенса, которые простираются в диапазоне от $-\pi/2$ до $+\pi/2$.

Оператор G_k^a возможно рассматривать как фильтр, действующий на сигнал во временной области и выделяющий из исходного процесса отдельные структурные компоненты его динамики, каждая из которых по своему характеризует исходный сигнал и вносит свой вклад в его форму.

Для практических задач анализа формы и структуры сигнала, наибольший интерес представляют первые две компоненты α и φ_0, как наиболее физически осмысленные. Так величина $\alpha(t)$ фактически описывает скоростные свойства (мгновенную крутизну), а $\varphi_0(t)$ – нелинейные свойства (мгновенную кривизну) фронта сигнала $x(t)$ в момент времени t.

Исходя из вышесказанного, введём в рассмотрение комплексную функцию действительного переменного

$$\gamma(t) = \alpha(t) + i\varphi_0(t), \tag{3}$$

которая, по сути, является носителем формы и структуры сигнала $x(t)$ в базисе компонент α и φ_0. Определённый таким образом базис, описывает сигнал в терминах мгновенной крутизны и кривизны фронта сигнала (импульса). Отметим, что анализ в базисе снижает требования по дифференцируемости сигнала $x(t)$ до класса C^2.

4.Аналитические характеристики формы и структуры сигнала. Дополнительно к величинам $\alpha(t)$, $\varphi_0(t)$ и $\gamma(t)$, введём в рассмотрение характеристики $|\alpha(t)|^2$, $|\varphi_0(t)|^2$, $|\gamma(t)|^2$, которые возможно интерпретировать как мгновенную энергию соответствующих величин; а также спектральные характеристики, построенные на основе тригонометрического преобразования Фурье:

$$F_\alpha^T(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(t) e^{-i\omega t} dt\,,\; F_\varphi^T(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_0(t) e^{-i\omega t} dt\,,\; F_\gamma^T(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(t) e^{-i\omega t} dt\,. \qquad (4)$$

Максимумы выражений (4) характеризуют частоты: F_α^T – несущие в себе основную энергию динамики сигнала, вносящие основной вклад в его скоростные качества; F_φ^T – несущие в себе основную энергию нелинейности сигнала; F_γ^T – являющиеся по сути носителем формы и структуры сигнала в базисе компонент α и φ_0.

Весьма информативной является следующая величина:

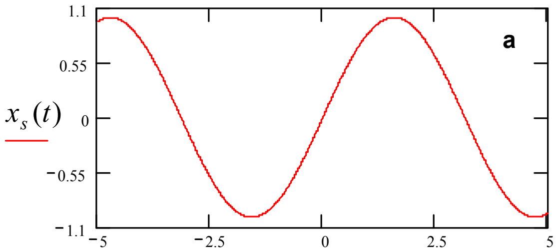
$$\beta_2(t) = \alpha(t)\varphi_0(t)\,, \qquad (5)$$

сигнатура и нули которой характеризуют динамические свойства и предсказуемость сигнала.

5.Пример анализа гармонического сигнала и моноцикла Гаусса. В качестве примера применения разработанного подхода и для демонстрации его базовых возможностей, рассмотрим результаты анализа двух типичных сигналов: синусоидального и моноцикла Гаусса, применяемых соответственно в узкополосных и сверхширокополосных системах радиолокации и связи [4, 6].

Моноцикл Гаусса подобен первой производной от функции распределения Гаусса: $x_g(t) = A\frac{\sqrt{2e}}{\tau} t e^{-(t/\tau)^2}$, где $A = 1$ – амплитуда импульса, $\tau = 1$ – временная константа, характеризующая затухание. Синусоидальный сигнал опишем следующим выражением: $x_s(t) = A\sin\frac{2\pi t}{T}$, где $T = 2\pi\tau$ – период колебания.

На рисунке 1 приведены графики исходных сигналов $x_s(t)$ и $x_g(t)$, а на рисунке 2 графики их α и φ_0 компонент.



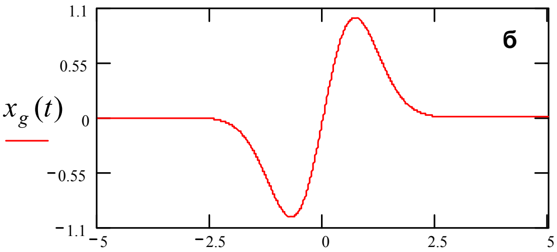


Рис. 1. Сигналы (а) – $x_s(t)$**, (б) –** $x_g(t)$

Из рисунков 1а и 2а наглядно видно, что компоненты сигнала $x_s(t)$ также как и сам сигнал, имеют периодическую структуру, при этом обе компоненты имеют явно выраженный период T. Дополнительно, возможно отметить фазовый сдвиг между компонентами, равный четверти периода T, при этом нулевое значение энергии α компоненты приходится на пиковое значение компоненты φ_0. Анализ рисунка 2б показывает асимметричность α

компоненты сигнала $x_g(t)$, при этом фазовый сдвиг между компонентами подобен таковому для сигнала $x_s(t)$. Естественно предположить, что процессы с подобным сдвигом более предсказуемы, нежели процессы, у которых пиковые значения энергий компонент во временной области совпадают. Качественно, структурную сложность сигнала возможно оценить по фазовым диаграммам исходных сигналов в базисе $\{\alpha, \varphi_0\}$. Их анализ свидетельствует о структурном усложнении сигнала $x_g(t)$ относительно сигнала $x_s(t)$.

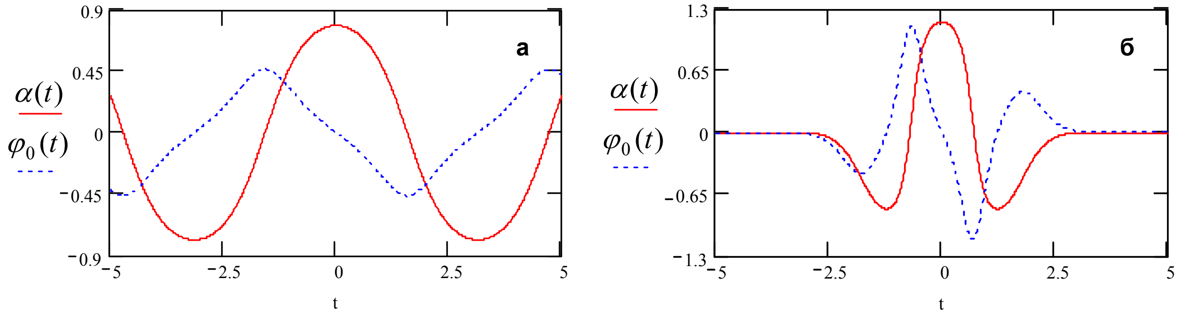


Рис. 2. Результаты G_k^a преобразований сигналов (а) – $x_s(t)$, (б) – $x_g(t)$

Далее, сравним численные оценки спектральных плотностей самих сигналов и их α и φ_0 компонент, приведённые на рисунке 3.

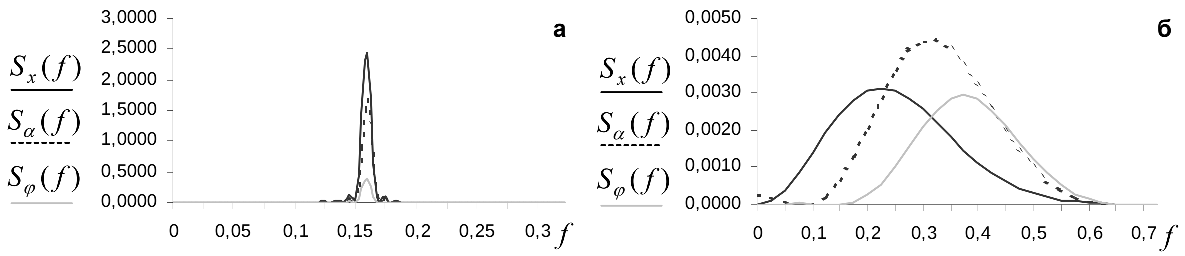


Рис. 3. Численные оценки спектральных плотностей сигналов и их α и φ_0 компонент

Анализ рисунка 3а показывает, что вся энергия компонент α и φ_0 синусоидального сигнала, сосредоточена на его базовой частоте. Таким образом, для гармонических процессов частотные структуры сигнала и его компонент совпадают, при этом энергия компонент меньше энергии самого сигнала. Анализ рисунка 3б демонстрирует значительные отличия сигнала $x_g(t)$ от $x_s(t)$. Отметим следующие. Энергия α компоненты превышает энергию самого сигнала. Энергия φ_0 компоненты практически равна энергии сигнала. Весьма характеризующим свойства сигнала является сдвиг в высокочастотную область спектральных максимумов его α и φ_0 компонент.

Сравнивая результаты анализа сигналов $x_s(t)$ и $x_g(t)$ возможно сделать следующие выводы: I. Синусоида является более гладкой нежели моноцикл Гаусса, то есть имеет меньшее максимальное значение α компоненты и, следовательно, худшую функцию тока (меньшую излучаемую антенной мощность). II. Структура моноцикла Гаусса такова, что он способен оказывать на нелинейные динамические системы совершенно иное воздействие, нежели воздействие монохроматических синусоидальных сигналов.

6.Заключение. В представленной работе предложен новый подход к описанию и анализу формы и структуры сигналов обладающих свойствами гладкости и непрерывности. Основная идея подхода заключается в разложении исходного процесса на компоненты описывающие структуру его искривленности и расчёта по ним различных конфигурационных и энергетических характеристик. Совокупность компонент, каждая из которых несёт информацию об определённых свойствах процесса, формируется посредством действий на исходный сигнал совокупности угловых операторов соответствующих порядков. Суть углового оператора заключается в формировании функции выражающей угол наклона касательной к кривой относительно оси времени. Так α – первая структурная компонента сигнала характеризует его скоростные свойства, её возможно интерпретировать как мгновенную крутизну фронта сигнала. Компонента φ_0 выражает нелинейные свойства сигнала, его мгновенную искривлённость. Дополнительные характеристики, такие как: мгновенная, локальная и полная симметричность, интенсивность и энергия компоненты, а также частотные спектры, позволяют достаточно полно описать структуру как отдельных компонент, так и сигнала в целом.

Помимо изолированного анализа отдельных компонент, метод позволяет проводить исследование процесса в базисе компонент, в частности в пространстве $\{\alpha, \varphi_0\}$. Возможен не только качественный анализ портрета параметрической кривой $(\alpha(t), \varphi_0(t))$, но и её количественный анализ. Для этого к выше обозначенным характеристикам отдельных компонент вводится ряд дополнительных: суммарная энергия компонент (мгновенная, локальная и полная), возбудимость процесса (мгновенная, локальная и полная), а также меры линейной межкомпонентой связи и внутрикомпонентной памяти, а также мгновенные, локальные и полные меры перемежаемости и контрастности (внутри- и меж-компонентые). Применение масштабных множителей наряду со сжимающим свойством углового оператора позволяет гибко управлять чувствительностью анализатора: выявлять слабый сигнал на фоне сильного, работать с выбросами, или анализировать все масштабы вариации сигнала. А использование локальных характеристик позволяет анализировать структуру переходных и нестационарных процессов. Потенциально, анализ в базисе $\{\alpha, \varphi_0\}$ способен дополнить процедуру Такенса (теорию вложения нелинейных динамических систем [15]) для конструирования фазового пространства сигнала по его временной реализации и построения возможного аттрактора.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бункин Б., Кашин В. Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеоимпульсных РЛС. // Радиотехника.1995. № 4-5. С. 128-133.

[2] Коренбаум В.И., Горовой С.В., Зубенко А.А., Литвиненко А.В., Прокопчик С.Е. Подводные сейсмоакустические излучатели "Прожектор" // Акустика Океана, Сб.тр. шк.-семинара акад. Л.М.Бреховских, Москва, ГЕОС 1998

[3] Пат. 3806795 США. Geophysical Subveying System Employing Electromagnetic Imulses/Rexford M.Morey. – Приоритет 3.01.72.

[4] И.Шахнович. Сверхширокополосная связь. Второе рождение? // Электроника-НТБ. 2001. № 4. С. 8-15.

[5] Terence W. Barrett. History of UltraWideBand (UWB) Radar & Communication: Pioneers and Innovations. – Progress in Electromagnetics Symposium 2000, July 2000.

[6] Taylor J.D. Ultra-wideband Radar Technology / editor Taylor J.D., CRC Press, 2001.

[7] Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с., ил.

[8] Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа. Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 312 с., ил.

[9] Чуи К. Введение в вейвлеты. – М.: Мир, 2001. – 412 с.

[10] Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.

[11] Кравченко В.Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторые их приложения. – М.: Радиотехника, 2003. – 560 с.

[12] Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Окрокверцхов Г.А., Стрелкова Г.И. Статистические свойства динамического хаоса. // УФН. 2005. Т. 175, № 2. С. 163-179.

[13] Малахов А.Н. Кумулятивный анализ негауссовых случайных процессов и их преобразований. – М.: Сов. радио, 1978.

[14] Новиков С.П., Фоменко А.Т. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 432 с.

[15] Takens F. Lecture Notes in Mathematics (Eds D. Rand, L-S. Young). (New York: Springer-Verlag, 1981) p. 366.