

ГИСТОГРАММНО-ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПОРОГОВЫЙ ФИЛЬТР-КЛАССИФИКАТОР

*Федеральное космическое агентство РФ
ФГУП «НИИ Прецизионного приборостроения»
101000, Россия, Москва, а/я 560
E-mail: avm.science@mail.ru*

1. Введение. Современные требования к информационной составляющей ряда систем определяют получение об объекте наблюдения не только координатных и скоростных данных, но и выделение различных его информативных признаков, по которым возможно объект обнаружить, классифицировать, идентифицировать и диагностировать [1, 2]. Подобная постановка задачи подразумевает выделение максимально возможного количества информации об объекте из отражённого от него и/или излучённого им сигнала. Одной из центральных проблем здесь является корректное сравнение наблюдаемого сигнала x с эталоном \tilde{x} и формирование оценки их близости («похожести» друг на друга) на основе которой принимается то или иное решение. Обычно производится сравнение относительно определённого порога близости ε . Причём алгоритмы формирующие такую оценку должны учитывать в комплексе как сигнально-помеховую, так и фоно-целевую обстановку, исходя при этом из цели сравнения сигналов.

В настоящее время для оценивания «похожести» сигналов наиболее широко применяются нижеописанные критерии и подходы.

Критерий равномерного приближения. Условие близости сигналов описывается выражением [3-5]:

$$\max [|x - \tilde{x}|] \leq \varepsilon. \quad (1)$$

Достоинство данного критерия в высоком быстродействии, но он относится к числу жёстких и не применим в случае наличия у наблюдаемого сигнала как импульсных выбросов, так и неизвестного смещения относительно эталона (по оси абсцисс и/или по оси ординат).

Среднеквадратичный критерий. Условие близости сигналов задаётся как

$$M [(x - \tilde{x})^2] \leq \varepsilon, \quad (2)$$

где $M[\circ]$ – оператор математического ожидания. Этот вероятностный критерий позволяет сравнивать сигнал и эталон при наличии шумовой помехи [3-5]. Но он неприменим в случае неизвестного смещения сигналов относительно друг друга (как по оси абсцисс, так и по оси ординат).

Корреляционный критерий. Условие близости сигналов определяется выражением [3-5]:

$$\frac{M[x\tilde{x}] - M[x]M[\tilde{x}]}{\sqrt{(M[x^2] - (M[x])^2)(M[\tilde{x}^2] - (M[\tilde{x}])^2)}} > \varepsilon. \quad (3)$$

Критерий достаточно устойчив и избирателен. Он инвариантен к линейным масштабируемым преобразованиям наблюдаемого сигнала, но не применим в случае наличия между сигналами неизвестного запаздывания.

Статистические критерии. Эта группа критериев основана на вычислении и сравнении вероятностных характеристик (моменты, гистограммы плотности, и т.п. величины) [3-7]. Статистические критерии обладают высокой устойчивостью и избирательностью, но имеют два существенных недостатка. Во-первых, для расчётов они требуют больших статистически однородных выборок, что редко достижимо на практике. Во-вторых, в случае применения гистограмм необходимы функционалы для получения точечных оценок близости. В качестве последних опять же применяется либо критерий равномерного приближения (1), либо среднеквадратичный критерий (2) – со всеми присущими им недостатками.

Частотные критерии. Эта группа критериев основана на сравнении коэффициентов Фурье или вейвлет разложения сигналов [5, 7-11]. Для повышения достоверности оценок возможно применение корректирующих окон вырезающих неинформативные и/или «повреждённые» частоты. Частотные критерии обладают высокими аналитическими возможностями, свободны от большинства вышеописанных недостатков. Их существенный «минус» – это опять же применение либо меры (1), либо меры (2) для получения из частотных характеристик точечных оценок близости сигналов.

Классифицирующие фильтры. Подход основан на построении и анализе моделей сигнала и помехи либо по функции правдоподобия, либо по Байесовским критериям [5, 12, 13]. Фильтры, как правило, адаптивны, имеют высокие избирательные свойства и устойчивы. Но имеют два недостатка: требуют широких априорных сведений о сигнально-помеховой обстановке; вычислительно сложны.

Нейросетевые подходы. Они основаны на способности искусственных нейронных сетей проводить классификацию сигналов [14]. Нейросетевые методы обладают весьма развитыми аналитическими возможностями, но, во-первых, каждая задача требует разработки своей, уникальной структуры сети, а во-вторых, явное «осознанное» управление процессами сравнения в нейронных сетях затруднено.

Из вышеперечисленного следует, что одним из наиболее эффективных способов формирования оценки близости сигналов являются подходы на основе частотных критериев. Конечно при условии создания корректных функционалов для получения по частотным характеристикам управляемых, состоятельных и несмещённых точечных оценок близости сигналов, адекватных целям сравнения.

В настоящей статье рассмотрен один из возможных способов получения точечной оценки близости двух скалярных временных рядов дискретных по времени.

2. Постановка задачи. Введём в рассмотрение наблюдаемый сигнал заданный отсчётами x_k , $x \in X \subset R^1$, и эталон: \tilde{x}_k , $\tilde{x} \in \tilde{X} \subset R^1$ (в общем случае подразумевается набор эталонов формирующих банк сравнения и классификации сигналов). Дополнительно определим количество отсчётов во временных рядах: $k \in K \subset Z^1$, $K = [0, N_k - 1]$. Интервал дискретизации для обоих рядов одинаков, постоянен и равен Δt . Длина реализаций рядов определяется величиной T . Отметим, что принятое равенство «длин» временных рядов x и \tilde{x} не нарушает общности постановки задачи, ибо без особых трудностей всегда можно перейти к случаю разного количества рабочих отсчётов у эталона и исследуемого сигнала. Предполагается, что сигнал x прошёл предобработку: очищен от шумов и нормирован.

Для введённых сигналов (наблюдаемого и эталона) необходимо предложить способ измерения их близости. При этом мера близости должна гибко настраиваться на условия и цели сравнения, оперировать конкретными реализациями сигналов, сравнительно легко вычисляться и иметь обоснованную логико-вероятностную конструкцию. Естественно, что оценки формируемые мерой должны быть состоятельными и несмещёнными.

3. Исходные положения метода. Ниже изложен алгоритм работы оригинального гистограммно-интегрального фильтра-классификатора (ГИПФК) отвечающего требованиям определённым в разделе 2 настоящей работы, а также приведены пояснения раскрывающие принципы работы фильтра.

На первом шаге алгоритма посредством $FT[\circ]$ – дискретного тригонометрического преобразования Фурье для наблюдаемого сигнала x и эталона \tilde{x} формируются их Фурье образы (x_F и \tilde{x}_F):

$$x_F = FT[x], \quad (4a)$$

$$\tilde{x}_F = FT[\tilde{x}]. \quad (4б)$$

Затем, по Фурье образам рассчитываются спектральные плотности:

$$S | x = \frac{2}{T} M[|x_F|^2], \quad (5a)$$

$$S | x\tilde{x} = \frac{2}{T} M[\bar{x}_F \tilde{x}_F], \quad (56)$$

$$S | \tilde{x} = \frac{2}{T} M[|\tilde{x}_F|^2]. \quad (57)$$

Величина \bar{x}_F есть комплексное сопряжение x_F . Необходимо отметить, что в настоящее время существует множество различных методов расчёта Фурье образов и спектральных плотностей временных рядов [9]. Поэтому выражения (4) и (5) приведены в общем виде, а конкретные схемы и алгоритмы расчёта величин x_F , \tilde{x}_F , $S|x$, $S|\tilde{x}$ и $S|x\tilde{x}$ необходимо подбирать на этапе проработки реальной системы классификации, исходя из требований по точности оценок, их разрешающей способности, временным затратам на счёт и доступным вычислительным ресурсам.

Спектральные плотности задаются последовательностями эквидистантных отсчётов, каждый из которых имеет фиксированную частоту ω_m , при этом $m \in M \subset Z^1$, $M = [0, N_m - 1]$, а $\max\{\omega\} = \frac{1}{2\Delta t}$.

На втором шаге алгоритма рассчитывается квадрат модуля когерентности [7, 8] между x и \tilde{x} :

$$\gamma^2 | x\tilde{x}_m = \frac{|S | x\tilde{x}_m|^2}{S | xx_m S | \tilde{x}\tilde{x}_m}. \quad (6)$$

Величина $\gamma^2 | x\tilde{x}$ служит мерой точности оптимального линейного прогноза сигнала x по сигналу \tilde{x} [15] и удовлетворяет при всех ω_m неравенству $0 \leq \gamma^2 | x\tilde{x} \leq 1$. Необходимо отметить, что функция когерентности (6) при формировании оценки связи сигналов не зависит от межсигнального запаздывания. Следовательно, применение квадрата модуля когерентности предпочтительней, нежели использование коэффициента парной корреляции сигналов (3).

На третьем шаге вычисляется интегральная информативность функции когерентности относительно частотного диапазона сигнала $(0, \max\{\omega\})$:

$$P_I = \frac{1}{N_m} \sum_{i=0}^{N_m-1} p | I_i. \quad (7)$$

Величины $p | I_m \in [0, 1] \subset R^1$ задают информативность частотных отсчётов квадрата модуля когерентности (6). Информативность [16] является априорной характеристикой и задаётся для каждого отсчёта частоты ω_m , в определённых случаях возможно её апостериорное уточнение. Значение $p | I_m = 1$ — означает, что отсчёт m несёт максимальное количество информации о структуре отличий сигналов, в противном случае, при $p | I_m = 0$ отсчёт не содержит никакой полезной информации об отличиях наблюдаемого сигнала x и эталона \tilde{x} .

На четвёртом шаге рассчитывается интегральная достоверность оценки фильтра относительно информативного диапазона частот ($\omega_m : p | I_m > 0$):

$$P_{D|I} = \frac{1}{P_I N_m} \sum_{i=0}^{N_m-1} p | I_i p | D_i, \quad (8)$$

через величины $p | D_m \in [0, 1] \subset R^1$ – достоверности локальных решений фильтра по каждому отсчёту частоты ω_m . Значение $p | D_m = 1$ – означает, что решение фильтра по отсчёту m абсолютно достоверно, в противном случае, при $p | D_m = 0$ – отсчёт не оказывает никакого влияния на принимаемое решение. Достоверность является апостериорной характеристикой и существенно зависит от сигнально-помеховой обстановки.

На пятом шаге алгоритма через квадрат модуля когерентности (6) вычисляется отклонение между наблюдаемым сигналом и эталоном (по каждому отсчёту):

$$\Delta I_m = d(1, \gamma^2 | x\tilde{x}_m, m), \quad (9)$$

где $d(\circ)$ – некоторая мера расстояния введённая в пространстве сравнения сигналов. В общем случае она зависит от m , что эквивалентно использованию корректирующего фильтра для исследуемого сигнала.

Необходимость введения характеристик информативности и достоверности, а также зависимости меры расстояния (9) от частоты ω_m , обусловлена рядом факторов, основные из которых следующие:

- 1) различные отсчёты вносят различный вклад в структуру процесса;
- 2) тракты распространения, приёма и обработки сигнала для разных отсчётов могут обладать различными характеристиками;
- 3) присутствие на определённых отсчётах мешающего воздействия шумов и помех различной природы и характера;
- 4) наличие отклонений характеристик для различных экземпляров объектов одного класса вызванных: вариацией технологических параметров, старением, условиями эксплуатации, условиями наблюдения объекта и/или формирования эталона).

На шестом шаге рассчитывается интегральная оценка близости между сигналами (континуальный выход фильтра, $P_0 \in [-1, 1] \subset R^1$):

$$P_0 = \frac{1}{N_m P_I P_{D|I}} \sum_{i=0}^{N_m-1} p | I_i p | D_i [p_T(\Delta I_i) - p_F(\Delta I_i)], \quad (10)$$

где: $p_T \in [0, 1] \subset R^1$ и $p_F \in [0, 1] \subset R^1$ – соответственно вероятность принадлежности и непринадлежности сравниваемых сигналов одному классу при данном отклонении ΔI .

Необходимо отметить, что если меру расстояния (9) делать независимой от m , то для сохранения степени адаптивности и качества функционирования фильтра, потребуется задание двумерных функций p_T и p_F как функций не только отклонения Δl , но и частоты ω_m для всех N_m отсчётов, что нерационально, с точки зрения расходования памяти вычислительной системы.

Анализ выражения (10) показывает, что описываемый алгоритм фактически основан на взвешенной (через вероятности p_T и p_F) обработке гистограммы распределения кол-ва частотных отсчётов в функции отклонения Δl . Причём именно независимое задание величин p_T и p_F придаёт описываемому ГИПФК широкие возможности по настройке на условия и цели сравнения сигналов. А применение параметров $p|D$ и $p|I$ способствует формированию состоятельных и несмещённых оценок близости сигналов.

На седьмом шаге формируется логический выход фильтра ($f_0 = -1, 0, 1$):

$$f_0 = \Phi(P_0 - p_e) - \Phi(p_b - P_0), \quad (11)$$

где $\Phi(\circ)$ – функция Хевисайда, а параметры p_b и p_e – задают область неопределённости решений фильтра $[p_b, p_e] \subset R^1$, при этом $p_b \leq p_e$.

Фильтр формирует выходной сигнал f_0 в трёхзначной логике:

- +1 – исследуемый сигнал и эталон «похожи» друг на друга, $P_0 > p_e$;
- 1 – исследуемый сигнал и эталон «непохожи» друг на друга, $P_0 < p_b$;
- 0 – состояние неопределённо, $p_b \leq P_0 \leq p_e$.

При этом состояния "-1" и "+1" – отвечают решению фильтра, а третье состояние "0" – его отсутствию.

Из вышеизложенного следует, что критерием «похожести» является переход через пороговое значение величины взвешенной суммы отклонений функции когерентности сигналов от 1.

Итоговая блок-схема ГИПФК представлена на рисунке 1.

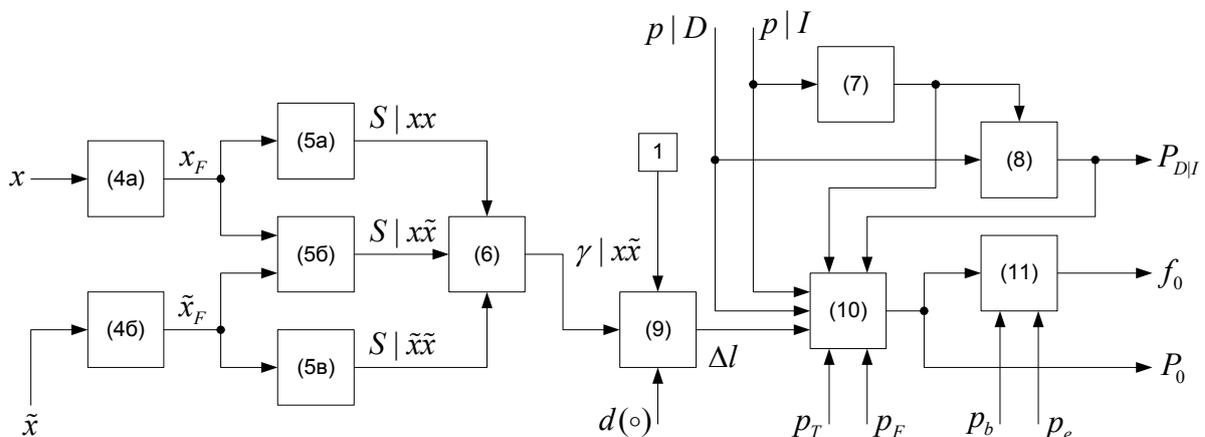


Рис. 1. Структурно-функциональная блок-схема ГИПФК

Отметим, что для повышения качества оценки близости сигналов, при принятии решения в мультипризнаковых адаптивных системах сравнения сигналов, полезно изучать вариацию величины P_0 при варьировании настроечных параметров фильтра [5].

4. Варианты построения фильтра. В случае отсутствия априорных гипотез об отличии областей принадлежности и непринадлежности данного отклонения Δl зоне «похожести» сигналов, возможна работа с симметричным вариантом ГИПФК, при этом

$$p_F = 1 - p_T. \quad (12)$$

Если априорной информации недостаточно даже для задания функционального вида p_T , то возможна работа с граничным вариантом ГИПФК:

$$p_T(\Delta l) = \begin{cases} 1, & \Delta l \in [\min\{\Delta l\}, g_T] \\ 0, & \Delta l \in (g_T, \max\{\Delta l\}] \end{cases}, \quad p_F = 1 - p_T, \quad (13)$$

где g_T – порог отсечки, $g_T \in (\min\{\Delta l\}, \max\{\Delta l\})$.

Необходимо отметить, что у данных вариантов ГИПФК степень адаптивности ниже, нежели у базового варианта. Кроме того, при всех прочих равных условиях, эти фильтры потенциально могут давать более смещённую и менее состоятельную оценку, нежели базовый вариант фильтра. Но в противовес этому ставится значительное уменьшение объёма априорной информации требуемой для работы фильтра.

5. Демонстрационный пример. Покажем принципы работы фильтра на модельном примере. Введём в рассмотрение эталонный сигнал:

$$\tilde{x}_k = A t_k \frac{\sqrt{2}e}{\tau} e^{-\left(\frac{t_k}{\tau}\right)^2}, \quad t_k = t_1 + k\Delta t, \quad \Delta t = \frac{t_2 - t_1}{N_k}; \quad (14)$$

со следующими безразмерными параметрами: амплитуда импульса $A = 1$, постоянная импульса $\tau = 0.025$, время начала и окончания реализации сигнала $t_1 = -0.1$ и $t_2 = 0.1$, количество отсчётов $N_k = 1000$. Сигнал вида (14) называется моноциклом Гаусса и широко применяется в системах сверхкороткоимпульсной радиолокации [17]. На рисунке 2а приведён график сигнала (14), а на рисунке 2б его спектральная плотность. Спектр рассчитывался при количестве отсчётов $N_m = 2000$, до максимальной частоты $\max\{\omega\} = 2500$, с разрешением по частоте $\Delta\omega = 1.25$.

Сформируем наблюдаемый сигнал (смесь \tilde{x} с аддитивной помехой):

$$x_k = \tilde{x}_k + \sigma \xi_k, \quad (15)$$

где: ξ_k – отсчёты белого шума с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; σ – интенсивность шума, $\sigma > 0$.

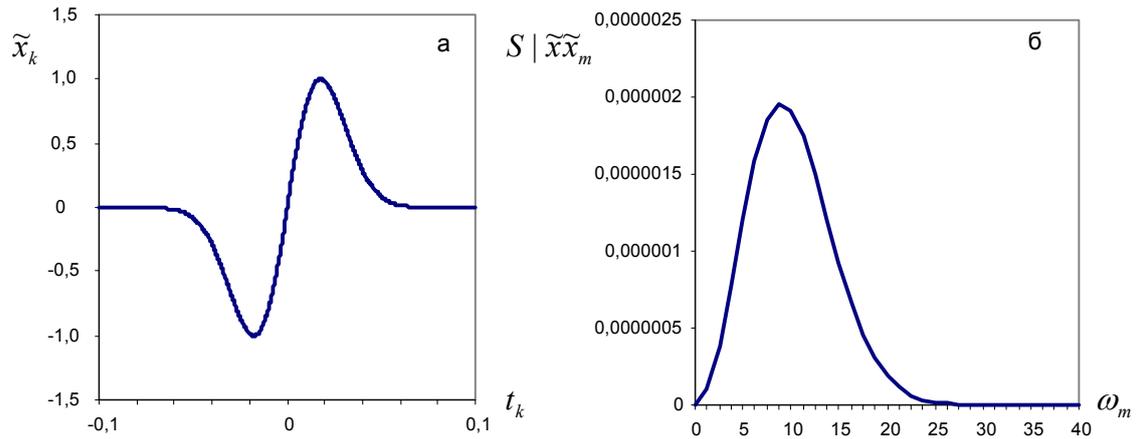


Рис. 2. Сигнал (а) и его спектральная плотность (б)

И построим зависимость величины P_0 – оценки близости сигналов (14) и (15) от интенсивности шума σ . Оценку P_0 будем формировать по алгоритму основного варианта фильтра при параметрах указанных ниже.

Функцию информативности запишем в следующем виде:

$$p | D_m = \begin{cases} 1, & \omega_m < 30 \\ 0, & \omega_m \geq 30 \end{cases} \quad (16)$$

Вид выражения (16) обусловлен тем, что основная энергия эталонного сигнала (14) сосредоточена в диапазоне частот (0, 30), см. рисунок 2б.

Функцию достоверности для простоты ситуации определим выражением $p | I_m = 1, \forall m \in [0, N_m - 1]$.

Меру расстояния (9) зададим посредством выражения:

$$\Delta I_m = |1 - \gamma^2 | x \tilde{x}_m |. \quad (17)$$

Функции вероятности принадлежности и непринадлежности сравниваемых сигналов одному классу при данном отклонении ΔI запишем в следующем виде:

$$p_T(\Delta I) = \frac{1}{1 + 6(\Delta I)^2}, \quad (18a)$$

$$p_F(\Delta I) = e^{-3(1-\Delta I)^2}. \quad (18б)$$

Графики функций p_T и p_F приведены соответственно на рисунках 3а и 3б.

Интенсивность шума σ в наблюдаемом сигнале (15) будем варьировать от величины $\sigma = 0.01$ до $\sigma = 10$. Это соответствует отношению сигнал/шум от -105.346 до 15.269 децибел. Необходимо отметить, что отношение сигнал/шум рассчитывалось в диапазоне информативных частот (0, 30), что составляет 0.012 полного частотного диапазона.

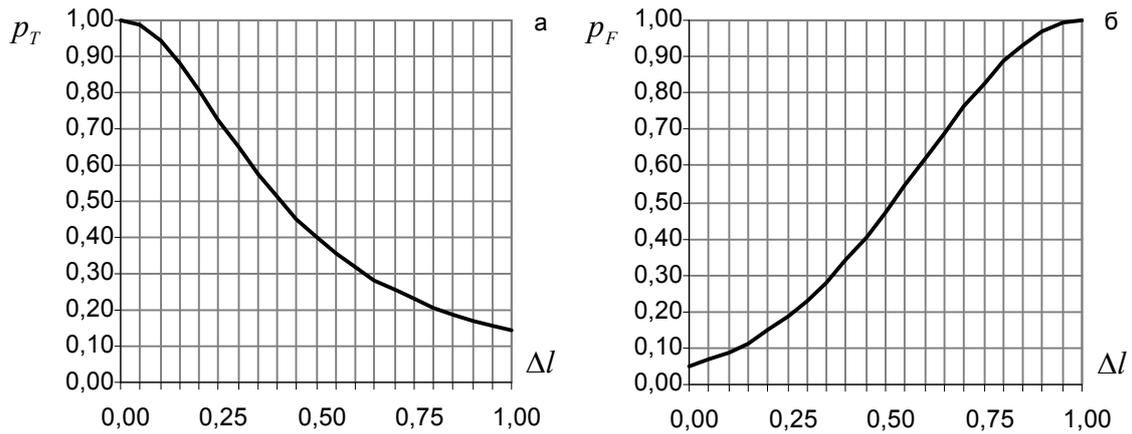


Рис. 3. Функции $p_T(\Delta l)$ (а), и $p_F(\Delta l)$ (б)

Полученная в итоге зависимость $P_0(\sigma)$ приведена на рисунке 4.

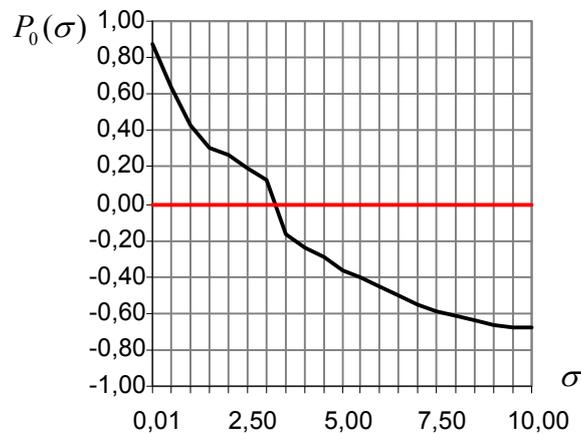


Рис. 4. Зависимость $P_0(\sigma)$

Анализ графика приведённого на рисунке 4 показывает, что при уровне шума $\sigma < 3$ (отношение сигнал/шум в диапазоне информативных частот менее 15.269 децибел) сигналы (14) и (15) устойчиво опознаются как «похожие» – величина $P_0 > 0$. При величине шума $\sigma > 3$ фильтр перестаёт «узнавать» сигналы.

Необходимо отметить, что функции информативности (16), принадлежности (18а) и непринадлежности (18б) – выбраны эмпирически, исходя из общих соображений, с целью демонстрации принципов функционирования ГИПФК. Следовательно, они не являются оптимальными с точки зрения устойчивости и разрешающей способности фильтра и формирования им несмещённых и состоятельных оценок. Поэтому из вида зависимости $P_0(\sigma)$ приведённой на рисунке 4 делать каких либо количественных выводов о возможностях фильтра не имеет смысла, но на качественном уровне пример продемонстрировал работоспособность представленного алгоритма сравнения сигналов.

6.Выводы. В настоящей работе описан фильтр формирующий оценку «похожести» двух скалярных временных рядов посредством анализа информации о структуре и характере их отличий. Критерием «похожести»

является переход через пороговое значение величины взвешенной суммы отклонений от единицы (по каждому отсчёту) функции когерентности сравниваемых сигналов. При этом предложенный фильтр позволяет задавать независимо друг от друга вероятности принадлежности и непринадлежности сравниваемых сигналов одному классу при данном отклонении. Для каждого отсчёта задаётся уровень его информативности. Кроме того, существует возможность задания для каждого отсчёта уровня достоверности решения, и расчёта интегрального уровня достоверности решения в целом. Подобный набор параметров является необходимым условием возможности включения фильтра в состав мультипризнаковых адаптивных систем классификации. Помимо континуального выходного сигнала фильтр также формирует логический сигнал в трёхзначной логике: «сигналы похожи», «сигналы непохожи», «решение не принято». При этом уровни логических переходов выставляются независимо.

Необходимо отметить, что предложенный ГИПФК принципиально нелинеен. Поэтому получить для него оценки вероятностей правильного решения и ошибки второго рода возможно только численно, посредством проведения имитационного моделирования. А имеет смысл это делать только в составе реальной системы классификации, для которой задано множество эталонных сигналов, определены классы сигналов, сигнально-помеховая обстановка, цели и условия классификации.

Описанный фильтр без труда может быть расширен для работы с векторными временными рядами и скалярными полями (изображениями). Его также возможно модифицировать в части замены функции когерентности рассчитываемой через тригонометрическое Фурье преобразование на функцию когерентности рассчитываемую через вейвлет преобразования. Подобная замена потенциально способна значительно поднять уровень состоятельности оценок фильтра, его устойчивость и избирательность.

Дальнейшее развитие изложенного в настоящей работе вопроса, подразумевает разработку формальных методов синтеза меры расстояния $d(\circ)$, функций $p|I$, p_T и p_F в зависимости от постановки исходной задачи, сигнально-помеховой обстановки, и иных важных условий влияющих на качество классификации сигналов.

Литература

- [1]. Литвинов. В. Облик воздушно-космической обороны. // ВКО. 2004. № 2 (15).
- [2]. Литвинов. В., Батырь Г., Меньшиков А., Суханов С. От ракетно-космической обороны к воздушно-космической обороне. // ВКО. 2005. № 1 (20).
- [3]. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 576 с.

- [4]. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление, пер. с англ., в 2-х т., М.: Мир, 1974.
- [5]. Справочник по теории автоматического управления, под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука. Гл. Ред. Физ.-мат. Лит., 1987. – 712 с.
- [6]. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 200 с.
- [7]. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с., ил.
- [8]. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа. Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 312 с., ил.
- [9]. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ. – М.: Мир, 1990.
- [10]. Чуи К. Введение в вейвлеты. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
- [11]. Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. – М.: Физматлит, 2003. – 176 с.
- [12]. Марковская теория оценивания в радиотехнике. / Под ред. М.С. Ярлыкова. – М.: «Радиотехника», 2004.
- [13]. Розов А.К. Нелинейная фильтрация сигналов. – 2-е изд. – СПб.: Политехника, 2002. – 372 с.
- [14]. Головкин В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. Книга 4. / Общая ред. А.И. Галушкина. – М.: ИПРЖР, 2001. – 256 с.
- [15]. Гельфанд И.М., Яглом А.М. О вычислении количества информации о случайной функции, содержащейся в другой такой функции. // УМН. 1957. Т.12 (1), С. 3-52.
- [16]. Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Советское радио, 1975. – 424 с.
- [17]. Taylor J.D. Ultra-wideband Radar Technology / editor Taylor J.D., CRC Press, 2001.

В работе приведено математико-алгоритмическое описание фильтра формирующего точечную оценку «похожести» двух сигналов заданных скалярными временными рядами с дискретными по времени отсчётами. Фильтр основан на анализе структуры отличий сигналов по функции квадрата модуля когерентности. Основным достоинством синтезированного фильтра является возможность гибкой и явной его настройки посредством нескольких независимых параметров, а также использование подходов теории информации и методов нечёткой логики. Это позволяет формировать управляемую, состоятельную и несмещённую точечную оценку близости сигналов, адекватную целям сравнения. Архитектура и конструкция фильтра рассчитаны на включение его в состав мультипризнаковых адаптивных систем классификации сигналов.