

О подходе к символическому описанию динамических процессов, определённых на непрерывном времени ($\text{dom } s(t) = T \subseteq \mathbb{R}$)

Макаренко А. В.

Научно-исследовательская группа «Конструктивная Кибернетика»

avm.science@mail.ru

В работах автора [1, 2] предложен оригинальный подход к символическому анализу последовательностей вида $\{s_k\}_{k=1}^{K \leq \infty}$, где $k \in K \subseteq \mathbb{N}$, а $s \in S \subset \mathbb{R}^N$, $n = \overline{1, N}$. Введено соответствие:

$$\{s_k\}_{k=1}^{K \leq \infty} \Rightarrow \{T_k^{\alpha\varphi}\}_{k=1}^{K \leq \infty}, \quad T_k^{\alpha\varphi} = T_k^{\alpha\varphi}|_1, \dots, T_k^{\alpha\varphi}|_N. \quad (1)$$

Строго говоря, при отображении (1) последовательность $\{T_k^{\alpha\varphi}\}_{k=1}^{K \leq \infty}$ укорачивается на два символа, относительно последовательности $\{s_k\}_{k=1}^{K \leq \infty}$ (отбрасываются первый и последний отсчёты), но в данном случае этот момент не является принципиальным. Полный алфавит $T_a^{\alpha\varphi} = T^{\alpha\varphi}|_n$, которым кодируются отсчёты $T_k^{\alpha\varphi}|_n$, состоит из 11-ти символов и позволяет детально изучать форму (структуру геометрии) траекторий $\{s_k\}_{k=1}^{K \leq \infty}$ в пространстве $S \times K$ [1, 2].

Данный алгоритм символического анализа показал свою конструктивность при исследовании качественной структуры хаотических последовательностей [2], а также в задачах анализа структуры хаоса в режиме синхронизации [1] и самой синхронизации в многомерных системах, состоящих из двух и более связанных осцилляторов, в том числе и их многомерных решёток. Метод позволяет обнаруживать и изучать перестройку структуры аттракторов и перемежаемое поведение. Кроме того, изложенный подход может быть применён для анализа экспериментальных данных, поскольку не требует каких-либо априорных знаний об изучаемой системе. Более того, инвариантность анализатора к сдвигам и растяжениям траекторий $\{s_k\}_{k=1}^{K \leq \infty}$ в пространстве S [1], позволяет исследовать синхронизацию нестационарных систем.

Метод напрямую применим к вещественным последовательностям и отображениям, а через преобразования Пуанкаре и к потокам (временным рядам). Его также возможно использовать и для комплексных величин через переход $\mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{R}^{2N}$.

В работе автора [3] была введена величина β'_2 :

$$\beta_2'^{(n)}(t) = \alpha'^{(n)}(t) \varphi_0'^{(n)}(t), \quad \alpha'^{(n)} = c_{ss}^{(n)} \dot{s}^{(n)}, \quad \varphi_0'^{(n)} = \frac{c_{ss}^{(n)} c_{as}^{(n)} \ddot{s}^{(n)}}{1 + \left[c_{ss}^{(n)} \dot{s}^{(n)} \right]^2}, \quad (2)$$

где точка сверху обозначает производную по переменной t , а масштабные коэффициенты $c_{ss}, c_{as} > 0$ (по умолчанию $c_{ss} = c_{as} \equiv 1$). Причём $s(t) \in C^{>2}(T)$, $t \in T \subseteq \mathbb{R}$.

Как показано в [3, 4] сигнатура $\beta_2'^{(n)}$ и значения $\beta_2'^{(n)} \equiv 0$ обладают определёнными информативными свойствами, позволяющими изучать, в фазовом пространстве, некоторые свойства динамических систем, которыми они обладают в расширенном пространстве состояний $S \times T$.

При этом в работе [2] отмечено, что свойства алфавита $T^{\alpha\varphi}|_n$ весьма схожи со свойствами $\beta_2'^{(n)}$, но последний существенно проигрывает первому по информативным возможностям (3 символа против 11).

Поэтому представляет определённый интерес синтез $\mathcal{T}$ – конечного минимального алфавита, которым возможно напрямую (без преобразования Пуанкаре) кодировать форму траекторий динамических процессов $\mathbf{s}(t)$ в пространстве $S \times T$. Причём от алфавита $\mathcal{T}$ требуется: (i) – качественная схожесть с алфавитом $T_a^{\alpha\varphi}$; (ii) – информативная мощность не слабее таковой для $T_a^{\alpha\varphi}$.

Фактически, изучение динамического процесса $\mathbf{s}(t)$ в терминах алфавита $\mathcal{T}$ означает исследование исходного процесса (системы, его породившей) в терминах конечной марковской цепи с непрерывным временем.

В данном докладе представлены предварительные результаты формирования алфавита $\mathcal{T}$, его базовые свойства, и основные возможности в части анализа структурных свойств динамических процессов и систем, определённых на непрерывном времени.

Алфавит $\mathcal{T}$ сформирован с учётом класса дифференцируемости функции $\mathbf{s}(t) \in C^{>2}(T)$. Его символами являются: интервалы выпуклости; экстремумы; точки перегиба; точки изгиба [3] функции $\mathbf{s}(t)$. При этом символы построены (дифференцированы) с учётом сигнатур и равенства нулю: α' и φ' . Учитываются также высшие производные.

Выписана и исследована матрица допустимых переходов между символами алфавита $\mathcal{T}$. Для неё произведено оценивание топологической энтропии.

Проведено сопоставление свойств алфавитов $\mathcal{T}$ и $T_a^{\alpha\varphi}$. Изучен, в первом приближении, переход между этими алфавитами при преобразовании Пуанкаре.

Намечены пути потенциально конструктивного применения символического анализа на основе алфавита $\mathcal{T}$ к анализу структурных свойств потоков, в том числе к исследованию глобальной структуры их траекторий в пространстве $S \times T$.

Литература

1. Макаренко А.В. Символический анализ в пространстве «скорость-кривизна» структуры хаоса в режиме синхронизации // Письма в ЖТФ, 2012, Т. 38, В. 4, С. 1–9.
2. Макаренко А.В. Символический анализ в пространстве «скорость-кривизна» многомерных динамических процессов // Журнал вычисл. матем. и матем. физ., 2012, Т. 52, В. 7, С. 1248–1260.
3. Макаренко А.В. Выражение структуры динамического процесса во временной области в терминах дифференциальной геометрии // Извест. вузов. Прикл. нелин. динам., 2006, Т. 14, В. 4, С. 71–86.
4. Макаренко А.В. Исследование динамической структуры автономных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в пространстве «состояние-скорость-кривизна» // Сборник тезисов IX Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», 2006, Москва, ИПУ РАН.