

Исследование дискретных отображений в терминах символического СТQ-анализа

Макаренко А. В.

Научно-исследовательская группа «Конструктивная Кибернетика»

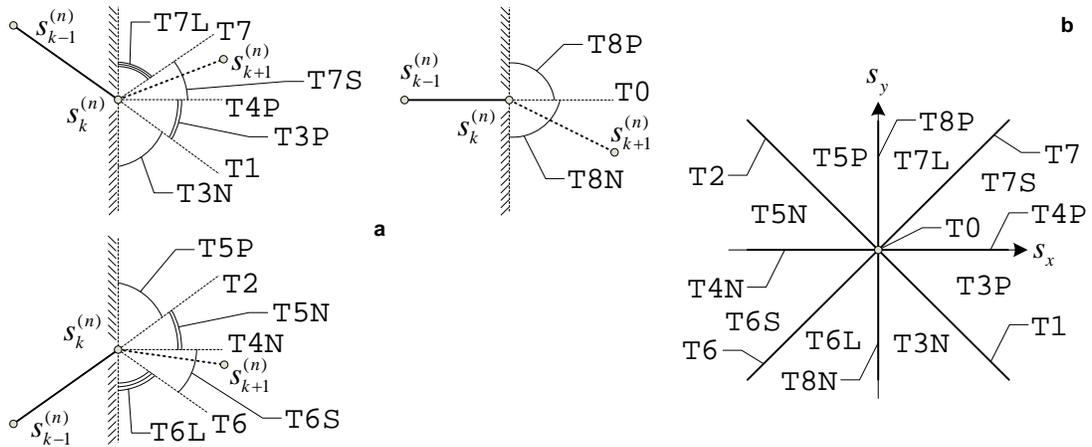
Институт проблем управления РАН

avm.science@mail.ru

В работах автора [1, 2] предложен оригинальный подход к символическому анализу полупоследовательностей вида $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^{K \leq \infty}$, где $k \in K \subseteq \mathbb{N}$, а $\mathbf{s} \in S \subset \mathbb{R}^N$, $n = \overline{1, N}$. Введено исходное отображение, кодирующее, в терминах конечного алфавита, форму n -й компоненты полутраектории $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^{K \leq \infty}$ в пространстве $S^{(n)} \times K$:

$$\{\mathbf{s}_{k-1}^{(n)}, \mathbf{s}_k^{(n)}, \mathbf{s}_{k+1}^{(n)}\} \Rightarrow T_k^{\alpha\varphi}|_n, \quad T_k^{\alpha\varphi} = [T_k^{\alpha\varphi}|_1, \dots, T_k^{\alpha\varphi}|_N], \quad T_k^{\alpha\varphi}|_n \in T_o^{\alpha\varphi}. \quad (1)$$

Графические диаграммы, иллюстрирующие геометрию символов $T_k^{\alpha\varphi}|_n$ для k -го отсчёта и n -й фазовой переменной, приведены на рисунке а.



Данный алгоритм символического анализа показал свою конструктивность при исследовании качественной структуры хаотических последовательностей [2], а также в задачах анализа структуры хаоса в режиме синхронизации [1] и самой синхронизации в многомерных системах [3], состоящих из двух и более связанных осцилляторов, в том числе и их многомерных решёток. Метод позволяет обнаруживать и изучать перестройку структуры аттракторов и перемежаемое поведение. Кроме того, подход может быть применён для анализа сложности хаотических колебаний [4].

В связи с изложенным представляет определённый интерес перенос положений символического СТQ-анализа на дискретные динамические системы вида:

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{g}(\mathbf{s}_k, \mathbf{p}), \quad (2)$$

со свойствами:

$$\mathbf{s} \in S \subset \mathbb{R}^N, \quad \mathbf{p} \in P \subset \mathbb{R}^L, \quad k \in K \subseteq \mathbb{Z}, \quad n = \overline{1, N}, \quad l = \overline{1, L},$$

где \mathbf{s} – переменная состояния динамической системы, \mathbf{p} – вектор параметров модели, N – размерность пространства состояний системы, L – размерность пространства параметров модели. С отображением (2) также увязывается последовательность $\{\mathbf{s}_k\}_{k=-\infty}^{\infty}$ – траектория эволюции динамической системы.

Для перехода от анализа полупоследовательностей $\{\mathbf{s}_k\}_{k=1}^{K \leq \infty}$ к анализу отображений (2) отцентрируем подпоследовательность, определяющую символ $T_k^{\alpha\varphi}$, по k -му отсчёту:

$$\{\mathbf{s}'_{k-1}, \mathbf{s}'_k, \mathbf{s}'_{k+1}\} = \{\mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{s}_k, \mathbf{s}_{k+1}\} - \mathbf{s}_k. \quad (3)$$

Далее введём в рассмотрение набор плоскостей $F^T|_n$, на которых определим правые Декартовы системы координат $(s_x = \mathbf{s}'_{k-1}, s_y = \mathbf{s}'_{k+1})$. Плоскость $F^T|_n$ возможно разметить таким образом, что каждая её точка будет взаимно однозначно отвечать единственному символу из алфавита $T_o^{\alpha\varphi}$, см. рисунок б. Затем выразим координаты (s_x, s_y) в виде:

$$\mathbf{s}_x = \mathbf{s} - \mathbf{g}(\mathbf{s}, \mathbf{p}), \quad \mathbf{s}_y = \mathbf{g}^2(\mathbf{s}, \mathbf{p}) - \mathbf{g}(\mathbf{s}, \mathbf{p}), \quad (4)$$

где $\mathbf{g}^w(\mathbf{s}, \mathbf{p}) = \mathbf{g}(\mathbf{g}(\dots \mathbf{g}(\mathbf{s}, \mathbf{p}), \mathbf{p}), \mathbf{p})$ – это композиция функций.

Таким образом, изучая поведение параметрической функции:

$$\mathbf{M}^T(\mathbf{s}, \mathbf{p}) = [\mathbf{s}_x, \mathbf{s}_y], \quad (5)$$

возможно аналитически и численно исследовать структуру и динамические свойства отображения (2) в терминах символического СТQ-анализа, для чего сформулирован и доказан ряд теорем и утверждений.

Литература

1. Макаренко А.В. Символический анализ в пространстве «скорость-кривизна» структуры хаоса в режиме синхронизации // Письма в ЖТФ, 2012, Т. 38, В. 4, С. 1–9.
2. Макаренко А.В. Символический анализ в пространстве «скорость-кривизна» многомерных динамических процессов // Журнал вычисл. матем. и матем. физ., 2012, Т. 52, В. 7, С. 1248–1260.
3. Макаренко А.В. Мера синхронности многомерных хаотических последовательностей на основе их символического представления в T-алфавите // Письма в ЖТФ, 2012, Т. 38, В. 17, С. 53–60.
4. Makarenko A.V. Estimation complexity of chaotic oscillations in aspect of the shape of their trajectories // XXV IUPAP Conference on Computational Physics / Book of Abstracts. — Moscow, Department of Physical Sciences of Russian Academy of Sciences, 2013, p.52.